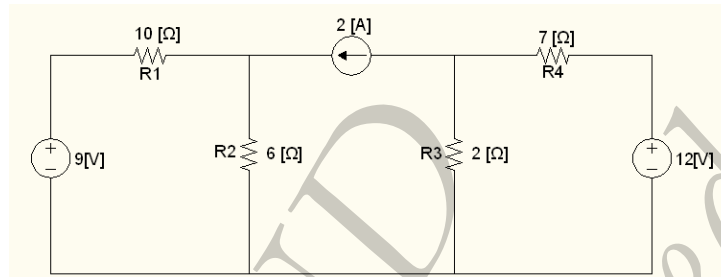


3.2 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

Ejercicio 44. Superposición.

Determinar a través de superposición las corrientes y tenciones del circuito.

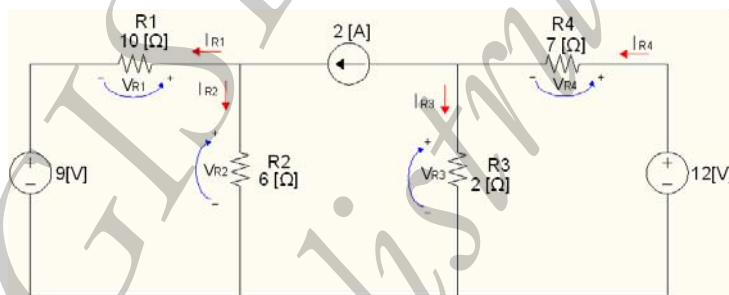
Circuito 87. Superposición.



Algoritmo de solución.

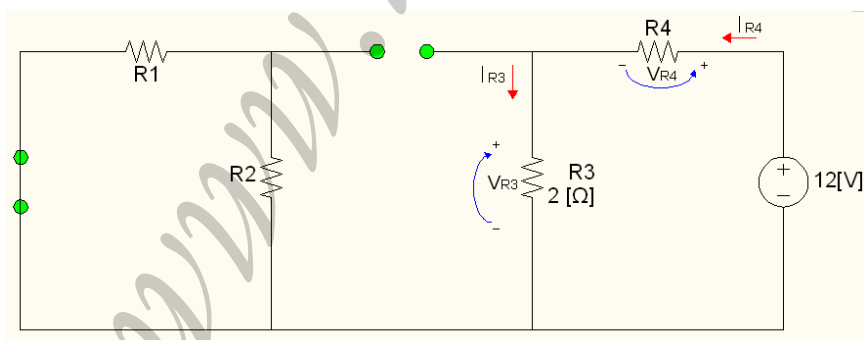
1. Marcar todas las variables del circuito dándoles sentido teniendo en cuenta pasiva de signos.

Circuito 88. Superposición. Marcación de variables.



2. Tomar fuente de 9[V] y 2[A] y “se apagan” es decir fuente de tensión por corto circuito y fuente corriente por circuito abierto.

Circuito 1. Superposición. Subcircuito 1.



<http://www.udistrital.edu.co/wpmu/gispud/aulasvirtuales/155>

Se observa que por R_1 y R_2 no circula corriente por tanto $V_{R1} = V_{R2} = i_{R1} = i_{R2} = 0$

3. Para R_3 y R_4 aplicar regla divisora de tensión.

$$V_X \frac{R_X * V_F}{R_T} \Rightarrow V_{R3} = \frac{R_3 * V_F}{Req}$$

$$V_{R3} = \frac{2 * 12}{9} = \frac{8}{3} [V]$$

$$V_{R4} = \frac{7 * 12}{9} = \frac{28}{3} [V]$$

4. Por ley de ohm.

$$i_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{8/3}{2} = \frac{4}{3} [A]$$

$$i_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{28/3}{7} = \frac{4}{3} [A]$$

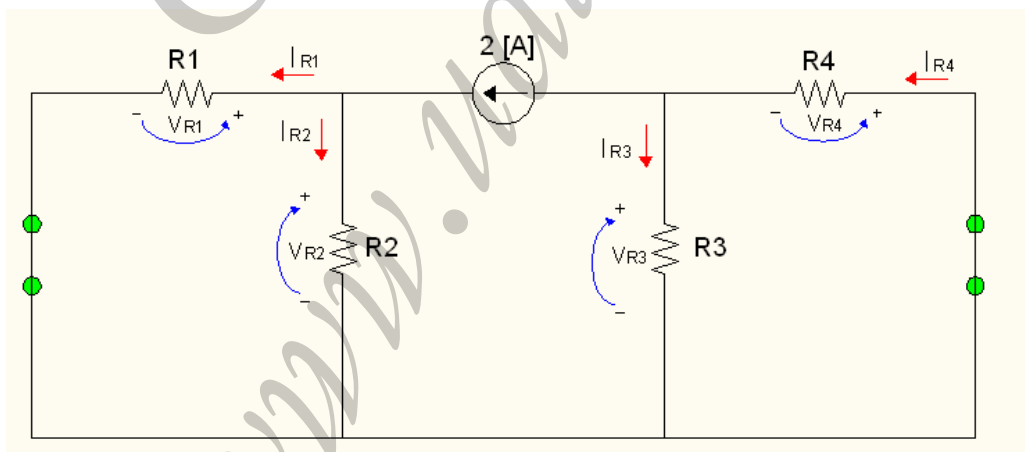
Resumen de valores hallados con el sub circuito 1.

$$V_{R1} = V_{R2} = i_{R1} = i_{R2} = 0$$

$$V_{R3} = \frac{8}{3} [V] ; V_{R4} = \frac{28}{3} [V] ; i_{R3} = \frac{4}{3} [A] ; i_{R4} = \frac{4}{3} [A]$$

5. Ahora apagamos las dos fuentes de tensión y dejamos las de corriente

Circuito 90. Superposición. Subcircuito 2.



6. Se observa que R_1 y R_2 es tan en paralelo al igual que R_3 y R_4 por tanto es posible aplicar regla divisora de corriente.

$$I_X = \frac{R_T}{R_X} I_T$$

$$I_1 = \frac{3,75}{10} * 2 = 0,75 \text{ A} ; I_2 = \frac{3,75}{6} * 2 = 1,25 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1,555}{2} * -2 = -1,55 \text{ [A]} \text{ El signo negativo se debe a que las variables del elemento están inversas.}$$

$$I_4 = \frac{1,555}{7} * 2 = 0,44 \text{ [A]}$$

7. Por ley de ohm

$$V_1 = 0,75 * 10 = 7,5 \text{ [V]} ; V_2 = 1,26 * 6 = 7,5 \text{ [V]}$$

$$V_3 = -1,55 * 2 = -3,1 \text{ [V]} ; V_4 = 0,44 * 7 = 3,1 \text{ [V]}$$

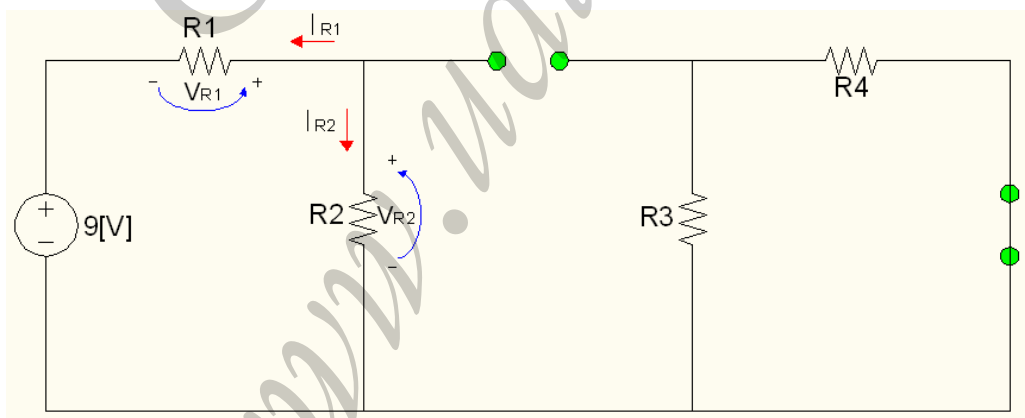
Resumen de valores hallados con el sub circuito 2

$$I_1 = 0,75 \text{ A} ; I_2 = 1,25 \text{ A} ; I_3 = -1,55 \text{ [A]} ; I_4 = 0,44 \text{ [A]}$$

$$V_1 = 7,5 \text{ [V]} ; V_2 = 7,5 \text{ [V]} ; V_3 = -3,1 \text{ [V]} ; V_4 = 3,1 \text{ [V]}$$

8. Ahora apagamos la fuente de corriente y al fuente de 12V.

Circuito 91. Superposición. Subcircuito 3.



En este caso por R_3 y R_4 no circula corriente por ende $V_{R3} = V_{R4} = i_{R3} = i_{R4} = 0$

9. Para R_1 y R_4 podemos aplicar regla divisora de tensión $\Rightarrow V_X = \frac{R_X}{R_T} V_F$

$$V_1 = \frac{10 * -9}{16} = -5,625 [V]$$

Cabe anotar que el signo negativo se debe a que el sentido de circulación de la corriente que genera la fuente de 9 [V] es opuesto a la caída de tensión que se nombro sobre la resistencia 1.

$$V_2 = \frac{6 * 9}{16} = 3,375 [V]$$

$$i_{R1} = \frac{-5,625}{10} = -\frac{9}{16} [A] ; \quad i_{R2} = \frac{3,375}{6} = \frac{9}{16} [A]$$

Resumen de valores hallados con el sub circuito 2

$$V_{R3} = V_{R4} = i_{R3} = i_{R4} = 0$$

$$V_1 = -5,625 [V] ; \quad V_2 = 3,375 [V] ; \quad i_{R1} = -\frac{9}{16} [A] ; \quad i_{R2} = \frac{9}{16} [A]$$

10. Finalmente se suman los valores determinados en cada uno de los sub circuitos

Tabla 15. Superposición, resumen de resultados subcircuitos.

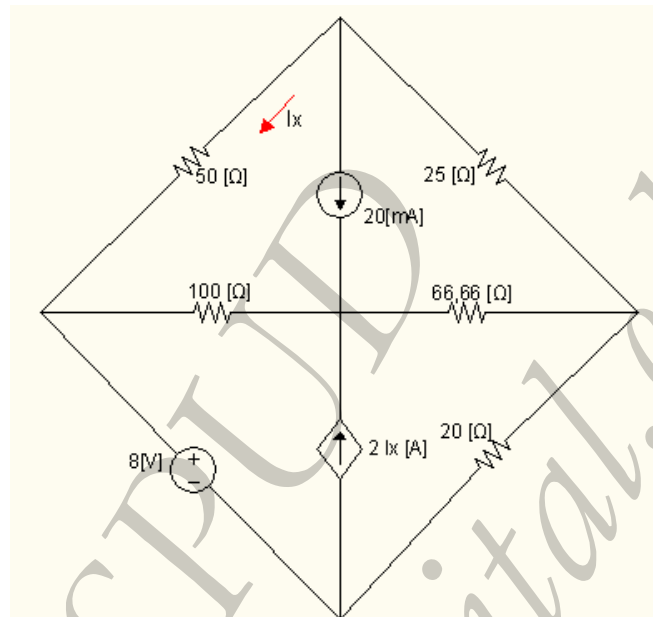
	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Suma
V_{R1}	0	7,5	-5,625	1,875 [V]
i_{R1}	0	0,75	$-\frac{9}{16}$	0,187 [A]
V_{R2}	0	7,5	3,375	10,875 [V]
i_{R2}	0	1,25	$\frac{9}{16}$	1,812 [A]
V_{R3}	$\frac{8}{3}$	-3,1	0	-0,433 [V]
i_{R3}	$\frac{4}{3}$	-1,55	0	-0,22 [A]
V_{R4}	$\frac{28}{3}$	3,1	0	12,433 [V]
i_{R4}	$\frac{4}{3}$	0,44	0	1,773 [A]

El signo negativo sobre la resistencia 3 indica que las variables supuestas al principio del ejercicio van en sentido contrario.

Ejercicio 45. Superposición. Ejercicio 2.

Determinar a través de superposición las corrientes y tenciones del circuito.

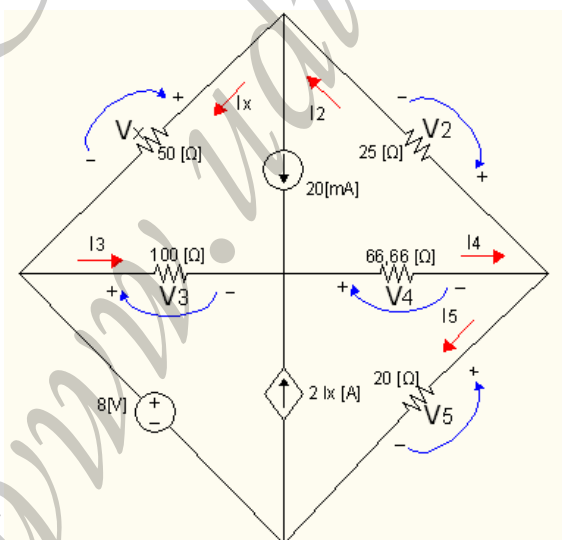
Circuito 92. Superposición. Ejercicio 2. (Rairán, 2003, pág. 237)



Algoritmo de solución.

1. Marcar todas las variables del circuito dándoles sentido teniendo en cuenta pasiva de signos.

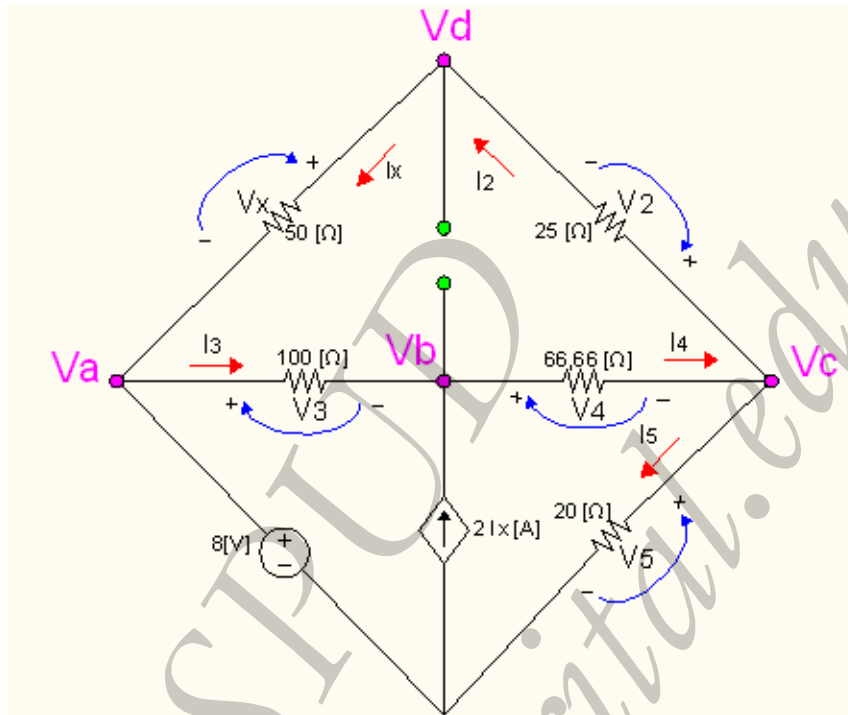
Circuito 2. Superposición. Marcación de variables. Ejercicio 2.



<http://www.udistrital.edu.co/wpmu/gispud/aulasvirtuales/159>

2. Apagando al fuente de corriente.

Circuito 94. Superposición. Subcircuito 1. Ejercicio 2.



3. Es posible deducir del subcircuito que $i_x = i_2$

La fuente depende de i_x

$$i_x = \frac{V_d - V_a}{50 \Omega} \text{ donde } V_a = 8[V]$$

$$i_x = \frac{V_d - V_a}{50 \Omega} = \frac{V_d - 8}{50}$$

4. Ley de corrientes de Kirchoff nodo b. LCK nodo V_b

$$\sum I_E = \sum I_S \quad i_3 + 2i_x = i_4$$

$$i_3 = \frac{V_a - V_b}{100} = \frac{8}{100} - \frac{V_b}{100} \quad ; \quad i_4 = \frac{V_b - V_c}{66,66}$$

$$\frac{8}{100} - \frac{V_b}{100} + 2 \left(\frac{V_d}{50} - \frac{8}{50} \right) = \frac{V_b}{66,66} - \frac{V_c}{66,66}$$

$$V_b \left(-\frac{1}{100} - \frac{1}{66,66} \right) + V_c \left(\frac{1}{66,66} \right) + V_d \left(\frac{1}{25} \right) = \frac{6}{25}$$

$$V_b(-25 * 10^{-3}) + V_c(15 * 10^{-3}) + V_d(40 * 10^{-3}) = 240 * 10^{-3} \text{ Ecuación 1}$$

5. Ley de corrientes de Kirchoff nodo c. LCK nodo V_c

$$\sum I_E = \sum I_S \quad i_4 = i_2 + i_5 \quad ; \quad i_2 = i_x$$

$$i_5 = \frac{V_c - V_{ref}}{20}$$

$$\frac{V_b}{66,66} - \frac{V_c}{66,66} = \frac{V_d}{50} - \frac{8}{50} + \frac{V_c}{20}$$

$$V_b(15 * 10^{-3}) + V_c(-65 * 10^{-3}) + V_d(-20 * 10^{-3}) = -160 * 10^{-3} \text{ Ecuación 2}$$

6. Ley de corrientes de Kirchoff nodo d. LCK nodo V_d

$$i_x = i_2$$

$$i_2 = \frac{V_c - V_d}{25} \quad ; \quad i_x = \frac{V_d - V_a}{50 \Omega} = \frac{V_d}{50} - \frac{8}{50}$$

$$\frac{V_d}{50} - \frac{8}{50} = \frac{V_c}{25} - \frac{V_d}{25}$$

$$V_d(60 * 10^{-3}) + V_c(-40 * 10^{-3}) = 160 * 10^{-3} \text{ Ecuación 3}$$

7. Se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

$$V_b(-25 * 10^{-3}) + V_c(15 * 10^{-3}) + V_d(40 * 10^{-3}) = 240 * 10^{-3} \text{ Ecuación 1}$$

$$V_b(15 * 10^{-3}) + V_c(-65 * 10^{-3}) + V_d(-20 * 10^{-3}) = -160 * 10^{-3} \text{ Ecuación 2}$$

$$V_c(-40 * 10^{-3}) + V_d(60 * 10^{-3}) = 160 * 10^{-3} \text{ Ecuación 3}$$

$$\begin{bmatrix} -25 * 10^{-3} & 15 * 10^{-3} & 40 * 10^{-3} \\ 15 * 10^{-3} & -65 * 10^{-3} & -20 * 10^{-3} \\ 0 & -40 * 10^{-3} & 60 * 10^{-3} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 * 10^{-3} \\ -160 * 10^{-3} \\ 160 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$V_b = -4,5[V] \quad ; \quad V_c = 0,5 [V] \quad ; \quad V_d = 3[V]$$

$$V_1 = V_d - V_a = 3 - 8 = -5[V]$$

$$V_2 = V_c - V_d = 0,5 - 3 = -2,5[V]$$

$$V_x = V_a - V_b = 8 - (-4,5) = 12,5[V]$$

$$V_4 = V_b - V_c = -4,5 - 0,5 = -5[V]$$

$$V_5 = V_c = 0,5[V]$$

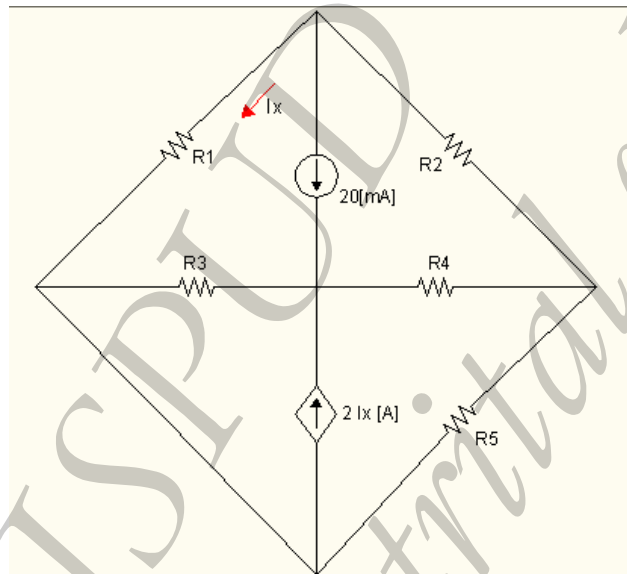
8. Ahora por ley de ohm.

$$i_1 = V_1/R_1 = -100 * 10^{-3}[A]; i_2 = V_2/R_2 = -100 * 10^{-3}[A]; i_3 = V_3/R_3 = 125 * 10^{-3}[A]$$

$$i_4 = V_4/R_4 = -75 * 10^{-3}[A]; i_5 = V_5/R_5 = 25 * 10^{-3}[A]$$

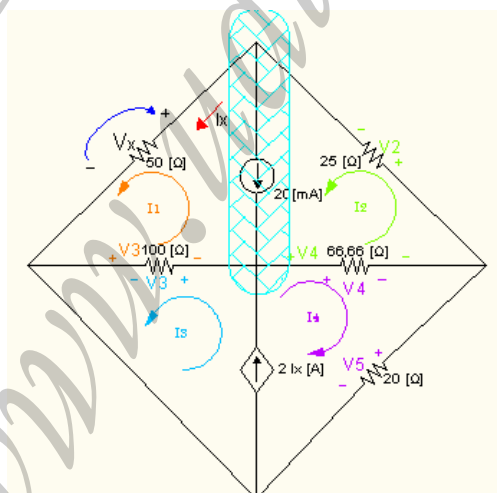
9. Ahora apagando la fuente de tensión.

Circuito 3. Superposición. Subcircuito 2. Ejercicio 2.



9.1 Haciendo por supermallas fuente independiente.

Circuito 96. Superposición sub circuito 2 supermallas. Ejercicio 2.



Ecuación interna de la supermalla.

$$I_2 - I_1 = 20 * 10^{-3} \text{ Ecuación 1}$$

Ecuación externa de la supermalla.

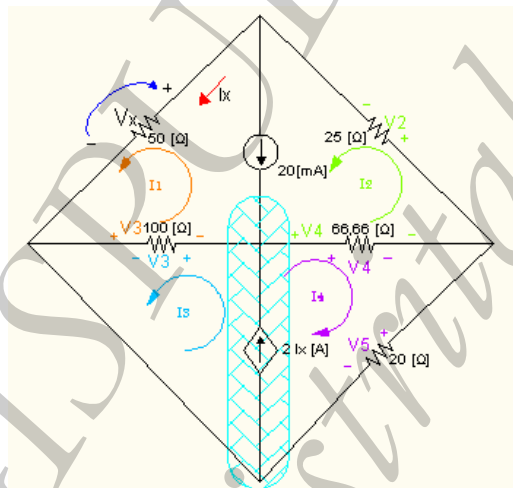
$$LVK \quad \sum V = 0 \quad +V_3 + V_4 + V_2 + V_X = 0$$

$$V_3 = R_3 * (I_1 - I_3); V_4 = R_4 * (I_2 + I_4); V_2 = R_2 * (I_2) \quad ; V_X = R_1 * (I_1)$$

$$I_1(R_3 + R_1) + I_2(R_4 + R_2) + I_3(-R_3) + I_4(R_4) = 0 \text{ Ecuación 2}$$

9.2 haciendo supermalla fuente dependiente.

Circuito 4. Superposición. Subcircuito supermallas. Ejercicio 2.



Ecuación interna de la supermalla

$$I_3 + I_4 = 2I_X \Rightarrow I_3 + I_4 = 2I_1$$

$$-2I_1 + I_3 + I_4 = 0 \text{ Ecuación 3}$$

Ecuación externa supermalla fuente dependiente

$$LVK \quad \sum V = 0 \quad -V_3 + V_4 + V_5 = 0$$

$$V_3 = R_3 * (-I_1 + I_3); V_4 = R_4 * (I_4 + I_2); V_5 = R_5 * (I_4)$$

$$I_1(R_3) + I_2(R_4) + I_3(-R_3) + I_4(R_4 + R_5) = 0 \text{ Ecuación 4}$$

10. se obtiene un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 15091,66 & -10066,66 & & \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ 10066,66 & -10086,66 & & \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 * 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = -8,9 * 10^{-3} ; I_2 = 11 * 10^{-3} ; I_3 = -9,25 * 10^{-3} ; I_4 = -8,74 * 10^{-3}$$

$$V_1 = I_1 * R_1 = -8,9 * 10^{-3} * 50 = -445 * 10^{-3}$$

$$V_2 = I_2 * R_2 = 11 * 10^{-3} * 25 = 275 * 10^{-3}$$

$$V_3 = (I_1 - I_3)R_3 = (-8,9 * 10^{-3} - (-9,25 * 10^{-3})) * 100 = 35 * 10^{-3}$$

$$V_4 = (I_2 + I_4)R_4 = (11 * 10^{-3} + (-8,74 * 10^{-3}))66,66 = 153 * 10^{-3}$$

$$V_5 = I_4 * R_5 = -8,74 * 10^{-3} * 20 = -174 * 10^{-3}$$

$$i_1 = V_1/R_1 = \frac{-445 * 10^{-3}}{50} = -8,9 * 10^{-3}$$

$$i_2 = V_2/R_2 = \frac{275 * 10^{-3}}{25} = 11 * 10^{-3}$$

$$i_3 = V_3/R_3 = \frac{35 * 10^{-3}}{100} = 0,35 * 10^{-3}$$

$$i_4 = V_4/R_4 = \frac{153 * 10^{-3}}{66,66} = 2,295 * 10^{-3}$$

$$i_5 = V_5/R_5 = \frac{-174 * 10^{-3}}{20} = -8,7 * 10^{-3}$$

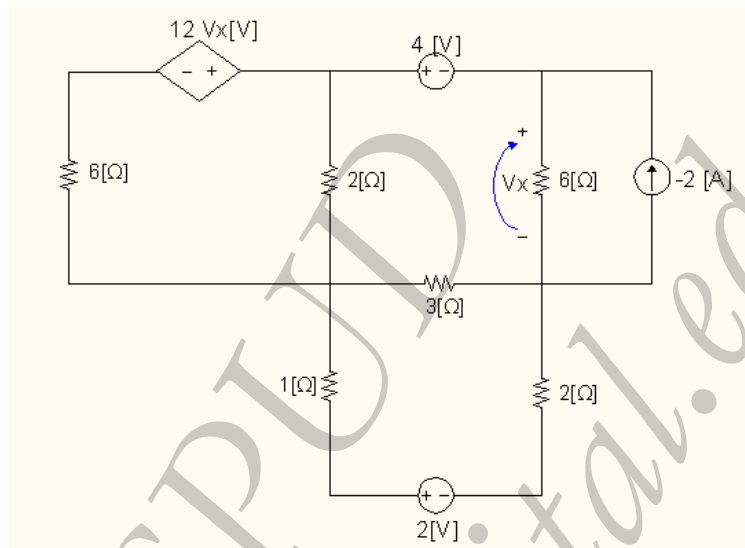
Tabla 16. Superposición. Resumen de resultados de sub circuitos.

	Resultados fuente tensión	Resultado fuente corriente	Resultado total suma
V_1	-5	$-445 * 10^{-3}$	-5,445
V_2	-2,5	$275 * 10^{-3}$	-2,225
V_3	12,5	$35 * 10^{-3}$	12,53
V_4	-5	$153 * 10^{-3}$	-4,874
V_5	0,5	$-174 * 10^{-3}$	0,326
i_1	$-100 * 10^{-3}$	$-8,9 * 10^{-3}$	$-108,9 * 10^{-3}$
i_2	$-100 * 10^{-3}$	$11 * 10^{-3}$	$-89 * 10^{-3}$
i_3	$125 * 10^{-3}$	$0,35 * 10^{-3}$	$125,35 * 10^{-3}$
i_4	$-75 * 10^{-3}$	$2,295 * 10^{-3}$	$-72,705 * 10^{-3}$
i_5	$25 * 10^{-3}$	$-8,7 * 10^{-3}$	$16,3 * 10^{-3}$

Ejercicio 46. Superposición. Ejercicio 3.

A partir de superposición determine el valor de las caídas de tensión y corrientes que circulan a través del circuito.

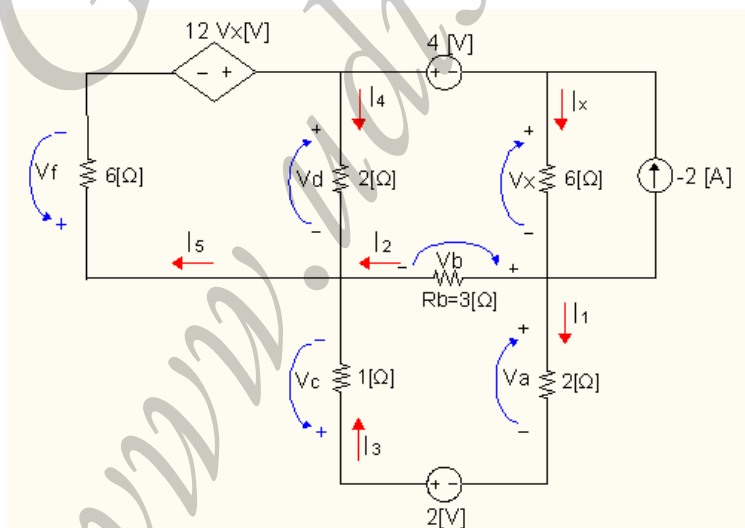
Circuito 5. Superposición. Ejercicio 3. (Rairán, 2003, pág. 294)



Algoritmo de solución

1. Marcar todas las variables del circuito dándoles sentido teniendo en cuenta pasiva de signos.

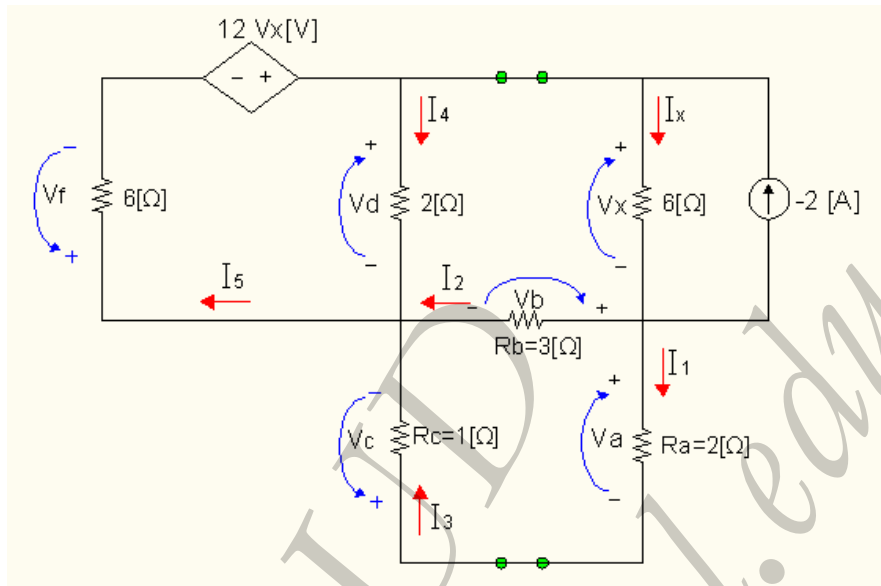
Circuito 99. Superposición. Marcación de variables de circuito. Ejercicio 3.



2. Apagando las fuentes de tensión.

<http://www.udistrital.edu.co/wpmu/gispud/aulasvirtuales/165>

Circuito 6. Superposición sus circuito 1. Ejercicio 3.

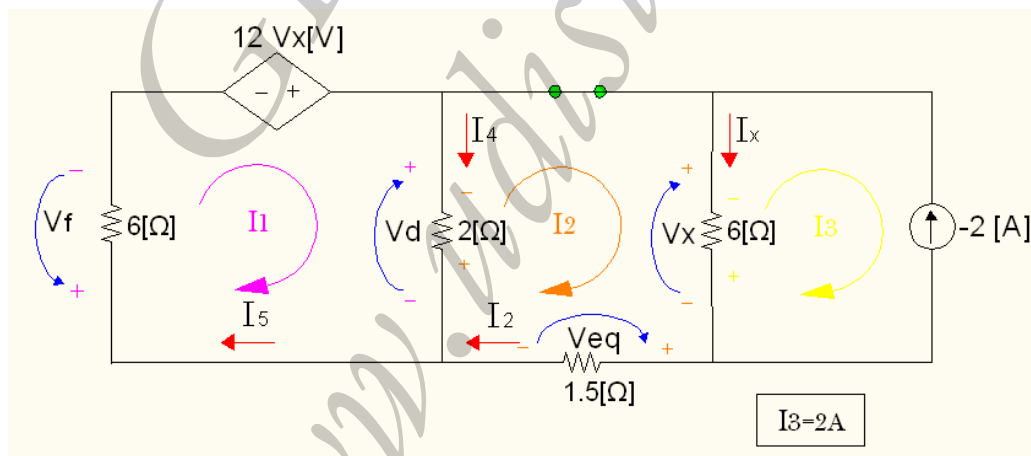


- Lo primero es hacer una reducción de resistencias de R_a y R_c que se encuentran en serie. Y su equivalente se reduce en paralelo con la resistencia R_b .

$$Req = (R_a \parallel R_c) \parallel R_b = 1,5[\Omega]$$

- Con el circuito reducido quedan tres mallas las cuales se marcan.

Circuito 7. Superposición sub circuito 1 marcación de mallas. Ejercicio 3.



La fuente de tensión depende de $V_x = (I_2 - I_3) * 6[\Omega]$

- Ahora por LCK malla $I_1 \sum V = 0 \quad + V_f - 12V_x + V_d = 0$

$$V_F = I_1 6 \quad ; \quad V_d = (I_1 - I_2) * 2$$

$$I_1 6 - 12 (I_1 - I_2) 6 + (I_1 - I_2) 2 = 0$$

$$I_1(8) + I_2(-74) = -144 \quad \text{Ecuación 1}$$

6. Ahora por *LCK* malla $I_2 \sum V = 0 \quad + V_d + V_X + V_{eq} = 0$

$$V_d = (I_2 - I_1) * 2 \quad ; \quad V_X = (I_2 - I_3) * 6 \quad ; \quad V_{eq} = I_2 * 1,5$$

$$(I_2 - I_1) 2 + (I_2 - I_3) 6 + I_2 * 1,5 = 0$$

$$I_1(-2) + I_2(9,5) = 12 \text{ Ecuación 2}$$

7. Se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas

$$I_1(8) + I_2(-74) = -144 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$I_1(-2) + I_2(9,5) = 12 \text{ Ecuación 2}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -74 \\ -2 & 9,5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -144 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = 6,66 \quad ; \quad I_2 = 2,66$$

$$V_F = I_1 * 6 = 39,96 \text{ [V]}$$

$$V_d = (I_1 - I_2) 2 = 8 \text{ [V]}$$

$$V_X = (I_2 - I_3) 6 = 3,96 \text{ [V]}$$

$$V_{eq} = I_2 * 1,5 = 3,99 \text{ [V]}$$

8. La tensión denominada V_{eq} es la caída de tensión sobre R_b y sobre la suma en serie de R_c y R_a . Por ende por ley de ohm con el equivalente de las resistencias ($R_a \parallel R_c$) y la tensión V_{eq} , es posible determinar i_1

$$V_{eq} = i_1 * (R_a \parallel R_c) \quad ; \quad 3,99 = i_1 * 3[\Omega] \quad ; \quad i_1 = 1,33$$

9. Por ley de *ohm*

$$V_a = 1,33 * 2[\Omega] = 2,66 \text{ [V]}$$

$$V_c = 1,33 * 1[\Omega] = 1,33 \text{ [V]}$$

Resumen

$$V_a = 2,66[V] \quad i_1 = V_a/2 = 1,33[A]$$

$$V_b = 3,99[V] \quad i_2 = V_b/3 = 1,33[A]$$

$$V_c = 1,33[V] \quad i_3 = V_c/1 = 1,33[A]$$

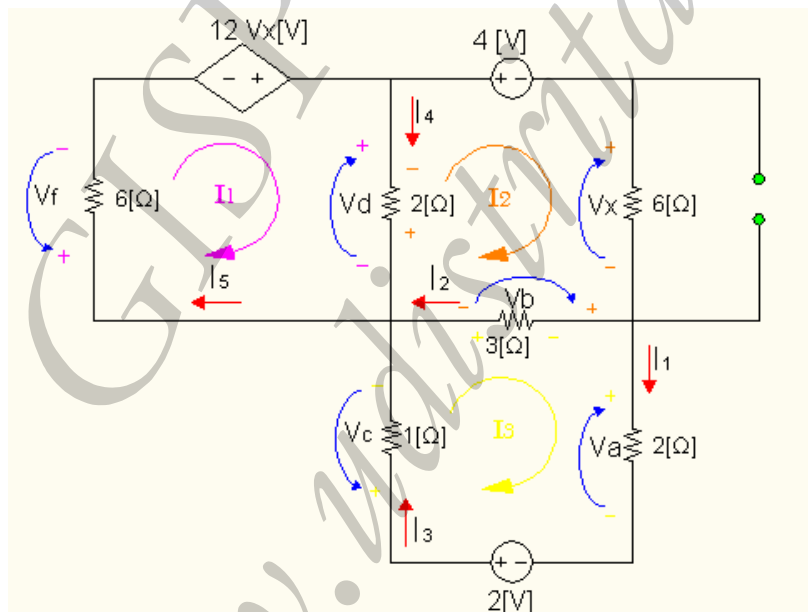
$$V_d = 8[V] \quad i_4 = V_d/2 = 4[A]$$

$$V_x = 3,96[V] \quad i_x = V_x/6 = 0,66[A]$$

$$V_F = 39,96[V] \quad i_5 = V_5/6 = 6,66[A]$$

10. Ahora apagando la fuente de corriente y deo las dos de tensión. Se le dan nombres a las tres mallas.

Circuito 102. Superposición. Subcircuito 2. Marcación de variables. Ejercicio 3.



$$V_x = I_2 * 6[\Omega]$$

11. Por LKV malla $I_1 \sum V = 0 \quad + V_F - 12V_x + V_d$

$$V_F = I_1 * 6[\Omega] \quad ; \quad V_d = (I_1 - I_2) * 2[\Omega]$$

$$I_1 * 6 - 12(I_2 * 6) + 2 I_1 - 2 I_2 = 0$$

<http://www.udistrital.edu.co/wpmu/gispud/aulasvirtuales/168>

$$I_1(8) + I_2(-74) = 0 \quad \text{Ecuación 1}$$

12. Por *LVK* malla $I_2 \sum V = 0 \quad + V_d + 4 + V_X + V_b$

$$V_d = (I_2 - I_1) * 2 \quad ; \quad V_X = I_2 * 6 \quad ; \quad V_b = (I_2 - I_3) * 3$$

$$2I_2 - 2I_1 + 4 + 6I_2 + 3I_2 - 3I_3 = 0$$

$$I_1(-2) + I_2(11) + I_3(-3) = -4 \quad \text{Ecuación 2}$$

13. Por *LVK* malla $I_3 \sum V = 0 \quad + V_C + V_b + V_a - 2 = 0$

$$V_C = I_3 * 1 \quad ; \quad V_b = (I_3 - I_2) * 3 \quad ; \quad V_a = I_3 * 2$$

$$I_3 + 3I_3 - 3I_2 + 2I_3 = 2$$

$$I_2(-3) + I_3(6) = 2 \quad \text{Ecuación 3}$$

14. Se obtiene un sistema con tres ecuaciones con tres incógnitas.

$$I_1(8) + I_2(-74) = 0 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$I_1(-2) + I_2(11) + I_3(-3) = -4 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$I_2(-3) + I_3(6) = 2 \quad \text{Ecuación 3}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -74 & 0 \\ -2 & 11 & -3 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = 3,08 \quad ; \quad I_2 = 0,33 \quad ; \quad I_3 = 0,5$$

$$V_a = I_3 * 2 = 0,5 * 2 = 1[V]$$

$$V_b = (I_2 - I_3)3 = (0,33 - 0,5) * 3 = -0,51[V]$$

$$V_C = I_3 * 1 = 0,5 * 1 = 0,5[V]$$

$$V_d = (I_1 - I_2) 2 = (3,08 - 0,33) * 2 = 5,5[V]$$

$$V_X = I_2 * 6 = 0,33 * 6 = 1,98[V]$$

$$V_F = I_1 * 6 = 3,08 * 6 = 18,48[V]$$

15. Por ley de ohm.

$$i_1 = \frac{1[V]}{2[\Omega]} = 0,5[A] \quad i_3 = \frac{0,5[V]}{1[\Omega]} = 0,5[A] \quad i_2 = \frac{-0,51[V]}{3[\Omega]} = -0,17[A]$$

$$i_4 = \frac{5.5[V]}{2[\Omega]} = 2,75[A] \quad i_x = \frac{1.98[V]}{6[\Omega]} = 0,33[A] \quad i_5 = \frac{18.48[V]}{6[\Omega]} = 3,08[A]$$

Tabla 17. Superposición. Resumen resultado subcircuito. Ejercicio 3.

	Resultado fuente corriente	Resultado fuente tensión	Resultado total suma
V_a	2,66	1	3,66
V_b	3,99	-0,51	3,48
V_c	1,33	0,5	1,83
V_d	8	5,5	13,5
V_x	3,96	1,98	5,94
V_F	39,96	18,48	58,44
i_1	1,33	0,5	1,83
i_2	1,33	-0,17	1,16
i_3	1,33	0,5	1,83
i_4	4	2,75	6,75
i_x	0,66	0,33	0,99
i_5	6,66	3,08	9,74